

Uso del GeoGebra en el aprendizaje de grafica de funciones en estudiantes de ingeniería

Ciro William Taipe Huaman¹, Eva Genoveva Mendoza Mamani², Julio Rumualdo Gallegos Ramos¹
Vitaliano Enriquez Mamani¹, Hugo Hernan Flores Laime³, Matias Huilca Arbieto²

¹Universidad Nacional de Juliaca, Perú, c.taipe@unaj.edu.pe, jgallegos@unaj.edu.pe, v.enriquezm@unaj.edu.pe

²Universidad Nacional del Altiplano, Perú, emendoza@unap.edu.pe, mhuilca@unap.edu.pe

³Universidad Nacional Intercultural de Quillabamba, Perú, hugo.flores@uniq.edu.pe

I. INTRODUCCIÓN

Resumen– El objetivo de la investigación fue determinar los efectos del uso del software GeoGebra en el aprendizaje significativo de grafica de funciones, en estudiantes de ingeniería en el año 2020 en la ciudad de Juliaca, con el fin de optimizar el rendimiento académico de los estudiantes. El tipo de investigación fue experimental y el diseño que se ha asumido es cuasi-experimental considerando dos grupos homogéneos, para la aplicación del software GeoGebra en las sesiones de aprendizaje, buscando que el alumno interactúe en su proceso de aprendizaje. La muestra de investigación ha estado conformada por estudiantes del primer semestre de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Peruana Unión. Para la recolección de información se ha utilizado la prueba de conocimiento de grafica de funciones, que se aplicó antes y después del uso del software GeoGebra. Los resultados de la investigación muestran que del 100% de los estudiantes del grupo experimental el 23% está en la categoría muy buena en relación con los estudiantes del grupo de control que el 7% están en la categoría muy buena. Concluyendo que los estudiantes mejoran significativamente su aprendizaje en temas de funciones de números reales después del tratamiento de la aplicando el software GeoGebra.

Palabras claves– Aprendizaje, GeoGebra, gráfico de funciones, números reales, software didáctico.

Abstract– The objective of the research was to determine the effects of the use of GeoGebra software in the meaningful learning of function graphs in engineering students in the year 2020 in the city of Juliaca, in order to optimize the academic performance of the students. The type of research was experimental and the design that has been assumed is quasi-experimental considering two homogeneous groups, for the application of the GeoGebra software in the learning sessions, seeking that the student interact in their learning process. The research sample has been made up of students from the first semester of the professional school of civil engineering of the Universidad Peruana Unión. For the collection of information, the function graph knowledge test was used, which was applied before and after the use of the GeoGebra software. The research results show that of 100% of the students in the experimental group 23% are in the very good category in relation to the students in the control group who 7% are in the very good category. Concluding that the students significantly improve their learning in topics of real number functions after the treatment of the application of the GeoGebra software.

Keywords– Learning, GeoGebra, function graph, real numbers, educational software.

Digital Object Identifier (DOI):
<http://dx.doi.org/10.18687/LACCEI2021.1.1.519>
ISBN: 978-958-52071-8-9 ISSN: 2414-6390

Las Tecnologías de Información y Comunicación en la enseñanza educativa tuvo origen [1] en los años 90 se dio a llamar como “tecnologías de la información y las comunicaciones” (TIC), lo cual supuso un avance espectacular en las posibilidades comunicativas. El ordenador sentó las bases para nuevos paradigmas en el uso de la tecnología en el aprendizaje y el proceso educativo [2]. Podríamos decir que las nuevas tecnologías de la información y comunicación se dan en tres medios básicos: la informática, la microelectrónica y las telecomunicaciones lo que permite conseguir nuevas realidades comunicativas. [3]. Por otro lado, las TIC encuentra su papel como una especialización dentro del ámbito de la Didáctica y de otras ciencias aplicadas de la Educación, refiriéndose especialmente al diseño, desarrollo y aplicación de recursos en procesos educativos como el audiovisual, tecnológicos del tratamiento de la información. [4]. Para [5] considera que las tecnologías computacionales son perfectas para introducir en la educación, nuevos elementos que transformen la práctica educativa. Con el objetivo de motivar y hacer aliado a la matemática.

La enseñanza del algebra en forma tradicional en las escuelas consta de la manipulación de letras que representan números no específicos [6], se tiene un concepto como instrumento de modelamiento matemático lo cual se viene construyendo desde los primeros niveles de educación [7]. Para resolver un problema referente a números o relaciones abstractas de cantidades es necesario traducir a la notación algebraica [8], existen etapas en la comprensión de un término literal como variable [9], el cual señalo que los estudiantes usan términos literales muchos antes de que sean capaces de conceptualización como variable para percibir lo general en lo particular. Es importante reconocer aportes de otros investigadores acerca de las dificultades que se generalizan en los estudiantes frente al aprendizaje del algebra [10].

Es un sistema de obligaciones recíprocas entre profesor y alumno referentes al conocimiento matemático que se busca enseñar. Comprende un conjunto de comportamientos que el profesor espera del alumno y comportamientos que el alumno espera del profesor, que regula el funcionamiento de la clase definiendo los roles. [11] por otro lado como metodología de investigación, la ingeniería didáctica se caracteriza en primer lugar, por un esquema experimental basado en las

II. MATERIALES Y MÉTODOS

“realizaciones didácticas” en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza. [12]. Es así que [13] sostienen que los problemas han ocupado un lugar central en el currículum matemático escolar desde la antigüedad, pero la resolución de problemas, no. Sólo recientemente los que enseñan matemática han aceptado la idea de que el desarrollo de la habilidad para resolver problemas merece una atención especial. Así mismo el estudioso [14] ha desarrollado teorías que permiten implementar la resolución de problemas en la enseñanza, así como el uso de estrategias y recursos para construir y producir conocimientos matemáticos en el contexto escolar. En el contexto peruano, es decir, en el Currículo Nacional de Educación Básica se señala expresamente que se debe desarrollar competencias, capacidades y desempeños matemáticas. Como se puede constatar la resolución de problemas atraviesa toda la actividad de la educación matemática. Una de las corrientes evaluativas más coherentes enmarcada dentro del enfoque por competencias es la denominada Evaluación Auténtica, que implica la realización de actividades realistas y relevantes [15] procurando que los conocimientos y habilidades que logran los alumnos puedan ser aplicados fuera del aula [16] como una evidencia efectiva de su capacidad de aplicar el conocimiento en lugar de solo hablar o escribir sobre él. [17].

En respuesta a estas dificultades, la creación de escenarios virtuales se presenta como una alternativa viable para realizar experimentaciones dentro del aula de clase, lo cual se presenta como un apoyo en los procesos de modelización de un fenómeno físico y en la comprensión de los conceptos.

Según [18] el Software GeoGebra se define como una herramienta cognitiva que ayuda a trascender las limitaciones de la mente, en el pensamiento, el aprendizaje y las actividades de resolución de problemas, las cuales deben ser incorporadas en un software para que la computadora funcione como una verdadera herramienta cognitiva y promueva la actividad cognitiva de los estudiantes. El software GeoGebra es ampliamente utilizado para la enseñanza de las matemáticas, como en temas de ecuaciones de primer grado [19], solución de ecuaciones de segundo grado [20]–[23], en la solución de inequaciones [24], las gráficas de funciones reales [25], en la solución de sistema de ecuaciones lineales [26]–[29], el cálculo matemático [21], [30], [31], en la solución de problemas relacionados a circunferencia, parábola, elipse e hipérbola [32], en la solución de ecuaciones diferenciales [33], en curso de programación lineal [31] todos ellos concluyen que el software GeoGebra contribuye significativamente en el aprendizajes de las matemáticas. Además, es el medio más adecuado para desarrollar la capacidad de las conexiones matemáticas y la modelización matemática [34].

El objetivo de investigación es determinar los efectos del uso de software GeoGebra en el aprendizaje significativo de las gráficas de funciones, en estudiantes de ingeniería.

A. *Ámbito o lugar de estudio*

La investigación se desarrolló en la región Puno que se encuentra en el altiplano peruano entre la ceja de selva y la selva alta, a una altitud que varía entre los 3,812 y 5,500 msnm, específicamente en la ciudad de Juliaca. El lugar de estudio escogido, fue la Universidad Peruana Unión (UPeU).

B. *Población y muestra*

La población está constituida por los estudiantes de primer semestre de la UPeU de la escuela profesional de ingeniería civil, los cuales están matricula en el curso de matemáticas en el semestre 2020-II, quienes componen un total de 53 estudiantes. El tipo de muestra es el no probabilístico por conveniencia, porque se seleccionó en forma intencionada y controlada apareando grupos experimentales (GE) y grupo de control (GC). El tamaño muestral lo constituye la totalidad de la población debido a que es muy reducida; los que son en un número de 53 estudiantes. De los cuales 26 estudiantes corresponden al grupo de experimental y 27 estudiantes al grupo de control. Estos grupos fue establecido por criterio de matrículas del estudiante al inicio del semestre académico.

C. *Tipo y diseño de investigación*

El tipo de investigación corresponde a una investigación experimental, porque se manipula la variable independiente y se mide la variable dependiente. El diseño de investigación es cuasi – experimental, con dos grupos intactos; el grupo de control y el grupo experimental [35], con prueba de entrada y prueba de Salida. Para tal caso se aplicó el tratamiento al grupo experimental [36]. La variable dependiente corresponde a la enseñanza de la gráfica de funciones de números reales.

D. *Fiabilidad y validez de instrumento de evaluación*

Para la recolección de datos se aplicaron el examen escrito para la variable de grafica de funciones de números reales. Este examen fue una elaboración propia. El método para determinar la fiabilidad de los instrumentos de evaluación se basa en el cálculo del coeficiente de correlación entre dos series de puntuaciones, En el trabajo se utilizó el método del Test-Retest, que consiste en calcular el coeficiente de correlación entre las puntuaciones totales obtenidas por cada sujeto en la aplicación del test y las de la segunda [37], [38]. El cálculo de la validez de los instrumento se realiza mediante el cálculo del coeficiente de correlación entre el test y un criterio externo al mismo [39], [40].

E. *Material experimental*

El material experimental utilizado en la investigación fue el software GeoGebra en versión online el cual se muestra en la Fig. 1, así como una guía de usuario para los estudiantes en el tema de grafica de funciones. GeoGebra es un software matemático interactivo libre para la educación en colegios y universidades [41].

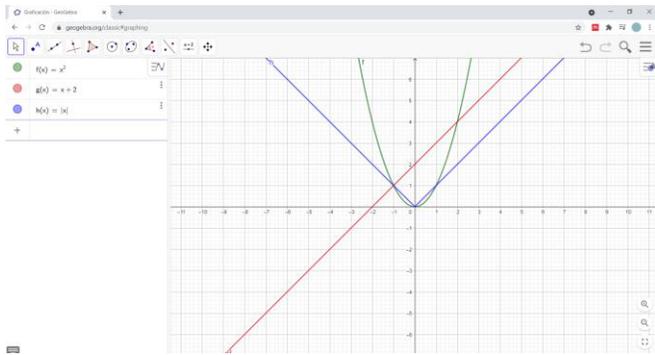


Fig. 1 Software GeoGebra online.

Es preciso remarcar que durante el proceso del trabajo de investigación se desarrollaron 3 sesiones de aprendizaje apoyadas en técnicas y uso de software GeoGebra, con la intención de que los estudiantes del grupo experimental obtengan habilidades para graficar funciones.

F. Grafica de una función

La gráfica de una función es el conjunto de puntos en el plano de la forma (x, y) en donde x está en el dominio de la función y además $y = f(x)$.

Función constante: su regla de correspondencia es $f(x) = k$, donde k es alguna constante, donde su dominio es $D_f = R$, su dominio $R_f = \{c\}$, y su grafica se muestra en la fig. 2.

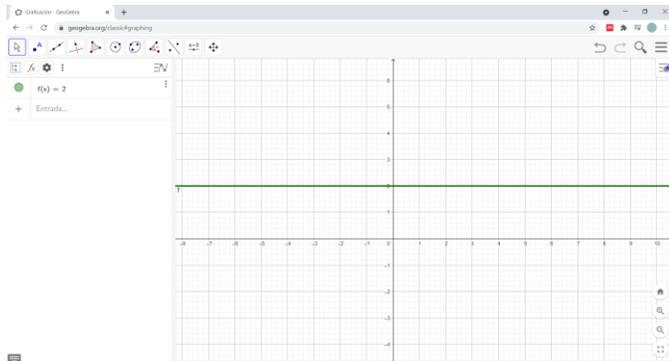


Fig. 2 Grafica de una función constante.

Función lineal: su regla de correspondencia es $f(x) = ax + b$, donde a y b son constantes y $a \neq 0$ donde su dominio $D_f = R$ y rango $R_f = R$, su grafica se muestra en la figura fig. 3.

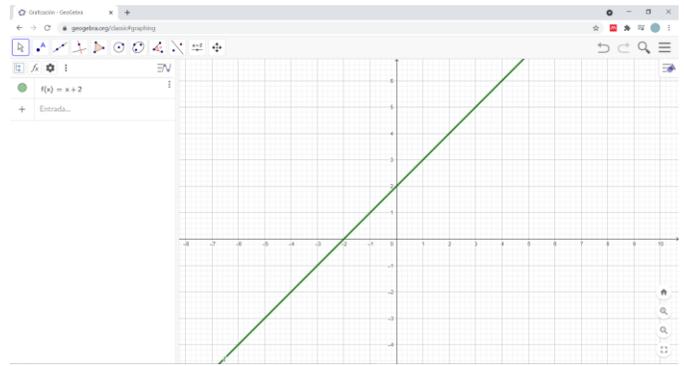


Fig. 3 Grafica de una función lineal

Función cuadrática: su regla de correspondencia es $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a, b, c \in R$ y $a \neq 0$ y su grafica se muestra en la fig. 4.

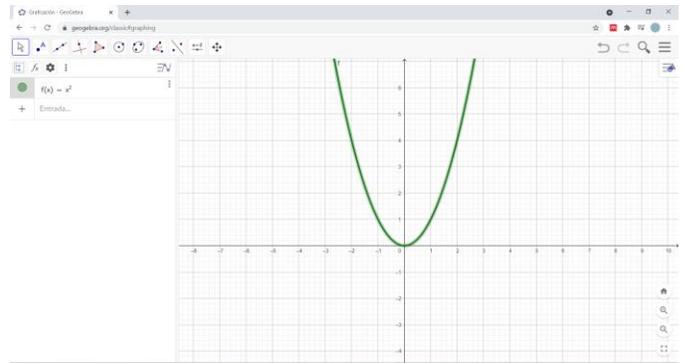


Fig. 4 Grafica de una función cuadrática

Función polinómica: su regla de correspondencia es $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ donde a_n, a_{n-1}, \dots, a_0 son números reales, $a_n \neq 0$ y un ejemplo de una gráfica se muestra en la fig. 5.

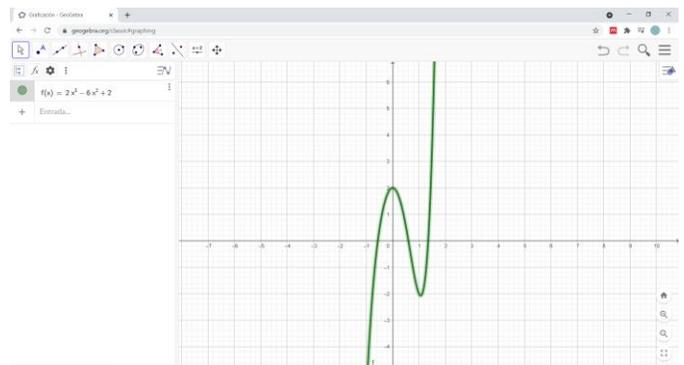


Fig. 5 Grafica de una función polinómica

Función exponencial natural: su regla de correspondencia es $f(x) = e^x$, cuyo dominio es $D_f = R$ y rango $R_f = \langle 0, +\infty \rangle$, su grafica se muestra en la figura fig. 6.

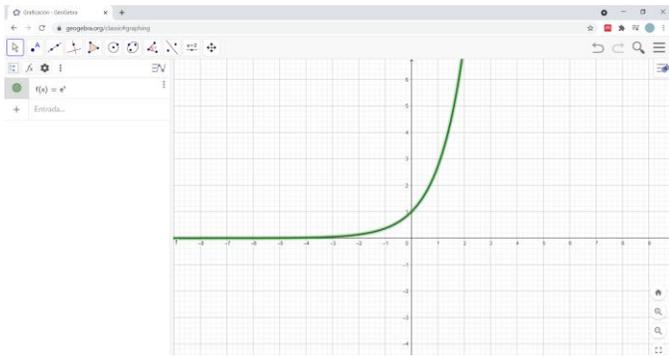


Fig. 6 Grafica de una función exponencial

E. Análisis de datos y prueba de hipótesis

Para el procesamiento y análisis de la información se organizó una base de datos integrada por los puntajes obtenidos en los exámenes de entrada y salida de los GE y GC, agrupándolo según las escalas que se muestra en la Tabla I.

TABLE I
ESCALA DE NOTAS

ESCALA	NOTAS
Deficiente	[00-10]
Regular	[11-13]
Bueno	[14-17]
Muy Bueno	[18-20]

A partir de ello realizar los análisis estadísticos, a través del programa estadísticos como SPSS, sobre el análisis de frecuencias simples, la obtención de índices de cada variable y las comparaciones de los resultados del grupo control y experimental. A efecto de verificar la eficacia de la estrategia se ordenó los puntajes obtenidos por los estudiantes de acuerdo a la escala de calificación del grupo de estudio, tanto del examen de entrada como del examen de salida. Posteriormente se elaboró las tablas estadísticas de distribución porcentual para el análisis e interpretación de los resultados y establecer las conclusiones. Para comprobar la verdad o falsedad de la hipótesis planteada, se aplicó el diseño estadístico de la Z Calculada (Z_c), para establecer la diferencia que el experimento ha producido en el grupo experimental.

III. RESULTADOS Y DISCUSIONES

De la investigación realizada, se presenta los resultados obtenidos en la prueba entrada y prueba salida del grupo de control y grupo experimental, de los estudiantes de ingeniería, con sus respectivos análisis e interpretación de datos, para luego establecer medidas de tendencia central que permiten analizar el nivel en que se encuentra ambos grupos antes y después de la aplicación del software GeoGebra como medio didáctico en el aprendizaje de gráfica de funciones.

A. Análisis de los resultados obtenidos en la prueba de entrada de los estudiantes de grupo de control y experimental

Las notas obtenidas en la prueba de entrada del grupo control, 17 estudiantes obtuvieron notas de 0 a 10 lo que abarca un 63% del total y se encuentran ubicados en la escala, deficiente; 9 estudiantes obtuvieron notas de 11 a 13 lo que representa un 33% de los estudiantes que están en la escala regular; 1 estudiante obtuvo la nota de 14 a 17 lo cual está en un 4% y se ubica en la escala bueno; y por ultimo observamos que en la escala muy buena está en un 0% lo cual significa que ningún estudiante obtuvo la nota de 18 a 20. Mientas en el grupo experimental, 13 estudiantes obtuvieron notas de 0 a 10 lo que abarca un 50% del total y se encuentran ubicados en la escala, deficiente; 12 estudiantes obtuvieron notas de 11 a 13 lo que representa un 46% de los estudiantes que están en la escala regular; un estudiante obtuvo notas de 14 a 17 que representa el 4% del total y 18 a 20 lo que indica que los estudiantes no se encuentran en la escala bueno ni muy bueno, lo que equivale al 0% de los estudiantes. El mayor número de estudiantes se encuentra en la escala deficiente, fig. 7.

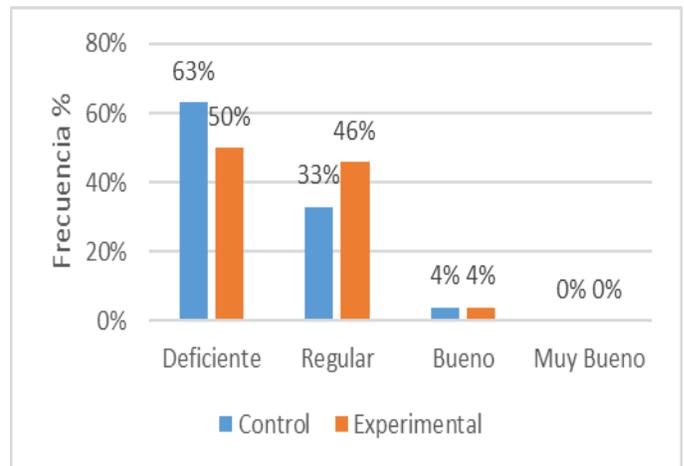


Fig. 7 Comparación es de resultados GC y GE

Estos resultados muestran que los estudiantes están en un gran porcentaje en la escala deficiente lo cual está de acuerdo con los estudios desarrollado por [22] el cual realizo los estudios en la región de Puno. Que luego de aplica la prueba de entrada concluye que sus grupos están en las mismas condiciones. Otros trabajo que también concluyen en forma similar son [27], [30], la diferencia es que en un gran porcentaje nuestros estudiantes se ubican en la escala deficiente. Esto es favorable para poder aplicar nuestro material didáctico y observar los efectos que producen en nuestros estudiantes y considerar que los grupos con los cuales se realiza la investigación son homogéneos.

En la tabla II muestra los valores de media aritmética y desviación estándar de las notas del grupo de control y grupo experimental. Se observa la que las medias aritméticas de las

notas difieren en 0.19 mientras que la desviación estándar 0.57, lo que significa es que en el grupo de experimental la dispersión de notas es mayor a la del grupo de control.

TABLE II
DATOS ANTES DEL TRATAMIENTO

Antes de tratamiento		
Resultados	GC	GE
Media aritmética	9.69	9.88
Desviación estándar	1.92	2.49

Para la prueba de hipótesis de la pre prueba, utilizamos el estadístico de Z_c , para lo cual se plantean las hipótesis,

Ho: El promedio de notas obtenidas en la prueba de entrada por los estudiantes del grupo experimental es igual al promedio final de notas obtenidas por los estudiantes del grupo control antes de la aplicación del software GeoGebra en el grupo experimental.

Ha: El promedio final de las notas obtenidas en la prueba de entrada por los estudiantes del grupo experimental es diferente al promedio final de notas obtenidas por los estudiantes del grupo control antes de la aplicación del software GeoGebra en el grupo experimental.

Se realizan los cálculos para una significancia de 5% obteniendo un $Z_c = 0.466$. El valor de Z_c pertenece a la región de aceptación, entonces se acepta la hipótesis nula (Ho) y se rechaza la hipótesis alterna (Ha). Entonces el promedio de la nota final del grupo experimental en aprendizaje de la representación gráfica de funciones igual al promedio final del grupo de control. Por lo tanto, se afirma que los promedios de la evaluación del grupo control y experimental son iguales este resultado es necesario para considerar grupos homogéneos en la evaluación del software GeoGebra como medio didáctico como lo afirman [27], [30], [42], esto es debido a que se considera un diseño cuasi experimental en el estudio.

B. Análisis de los resultados obtenidos en la prueba de salida de los estudiantes de grupo de control y experimental

Las notas obtenidas en la prueba de salida del grupo control, 2 estudiantes obtuvieron notas de 0 a 10 lo que abarca un 7% del total y se encuentran ubicados en la escala, deficiente; 16 estudiantes obtuvieron notas de 11 a 13 lo que representa un 60% de los estudiantes que están en la escala regular; 7 estudiante obtuvo la nota de 14 a 17 lo cual está en un 26% y se ubica en la escala bueno; y por ultimo observamos que 2 estudiante se encuentran en la escala muy bueno está en un 4% lo cual significa que ningún estudiante obtuvo la nota de 18 a 20. En grupo experimental, un estudiantes obtuvieron notas de 0 a 10 lo que abarca un 4% del total y se encuentran ubicados en la escala, deficiente; 11 estudiantes obtuvieron notas de 11 a 13 lo que representa un 42% de los estudiantes que están en la escala regular; 8 estudiante obtuvo la nota de 14 a 17 lo cual está en un 31% y se ubica en la escala bueno; y por ultimo observamos que el estudiante con logro de escala

muy bueno está en un 23% lo cual significa que 6 estudiantes obtuvo la nota de 18 a 20, fig. 8.

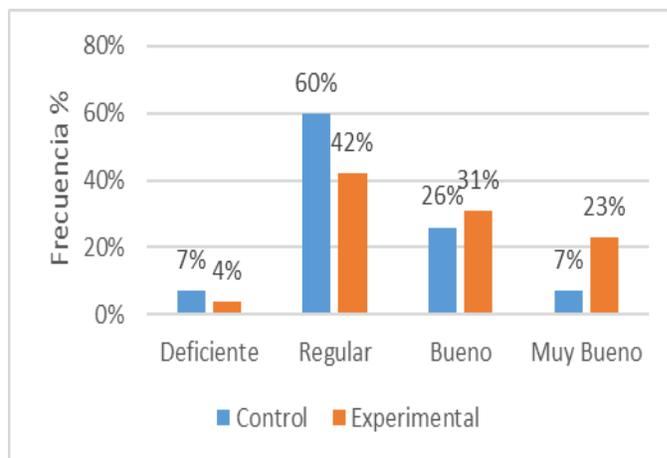


Fig. 8 Comparación de los resultados GC y GE

Este resultado nos indica que los estudiantes del grupo de control en su mayoría están en una escala regular que concuerda con los trabajos de desarrollados por [27], [30], [42]. Que luego de aplicar estrategias tradicionales en la enseñanza de la solución de ecuaciones cuadráticas logran en una gran mayoría de los estudiantes ubicados en una escala superior a lo obtenido antes de enseñanza de conocimientos. En nuestros resultados los estudiantes de ubican en la escala regular con porcentaje pequeño del 7% en la escala muy bueno. Y en el grupo experimental en su mayoría están en una escala Regular que concuerda con los trabajos de desarrollados por [27], [30], [42]. Que luego de aplicar los instrumentos de evaluación también obtienen en una gran mayoría de los estudiantes ubicados en una escala superior al antes de aplicar el software GeoGebra como medio didáctico en la enseñanza de la gráfica de funciones. Este resultando también confirma lo obtenidos por los trabajo de aplicación de GeoGebra en otros temas de la matemática como [32] el cual aplica en el desarrollo de temas de sesiones cónicas.

En la tabla III se observa la diferencia de la media aritmética de 2.04 entre los grupos de control y grupo experimental luego de la aplicación de software GeoGebra en el grupo experimental.

TABLE III
DATOS DESPUÉS DEL TRATAMIENTO

Después del tratamiento		
Resultados	GC	GE
Media aritmética	12.19	14.23
Desviación estándar	1.36	2.75

Este resultado son similares a los obtenidos en los trabajos de [19]–[22], en el tema de la solución de ecuaciones de primer y segundo grado.

Prueba de hipótesis de la prueba de salida utilizamos el estadístico de Z_c , para lo cual se plantean las hipótesis, H_0 : El promedio de notas obtenidas en la prueba de salida por los estudiantes del grupo experimental es igual al promedio final de notas obtenidas por los estudiantes del grupo control después de la aplicación del software GeoGebra en el grupo experimental.

H_a : El promedio final de las notas obtenidas en la prueba de salida por los estudiantes del grupo experimental es significativamente mayor al promedio final de notas obtenidas por los estudiantes del grupo control después de la aplicación del software GeoGebra en el grupo experimental.

Se realizan los cálculos para una significancia de 5% se obtiene una $Z_c = 5.162$, El valor de Z_c pertenece a la región de aceptación, entonces se acepta la hipótesis alterna (H_a) y se rechaza la hipótesis nula (H_0). Entonces el promedio de la nota final del grupo experimental en la gráfica de funciones es significativamente mayor al promedio final del grupo de control. Lo que concuerda con los trabajo de [19]–[22].

Los resultados de esta investigación muestran la relación del uso del software GeoGebra como medio didáctico y los efectos en el aprendizaje de la gráfica de funciones lo que concuerda con [19]–[22] los cuales aplicaron el software GeoGebra para la solución de ecuaciones de primer y segundo grado, llegando a la conclusión que el GeoGebra como recurso didáctico lograron mayor éxito en la comprensión integral del significado de ecuación cuadrática y ha sido altamente estimulante para los estudiantes para superar las dificultades. El diseño cuasi experimental aplicado concuerda con los desarrollados por los trabajo de [27], [30], [42], [43] los cuales trabajan con dos grupos, uno de control y el otro experimental observan diferencias significativas en los resultados luego de la aplicación del software GeoGebra en el grupo experimental y en el grupo de control trabajan de forma analítica tradicional.

IV. CONCLUSIONES

Se determinó el efecto que produce la aplicación del software GeoGebra como medio didáctico en el aprendizaje de la gráfica de funciones, en los estudiantes de ingeniería, Los resultados muestran la mejora notable en su aprendizaje de tema de funciones de números reales después de la aplicando el software en las sesiones de aprendizaje del grupo experimental con respecto al grupo de control.

AGRADECIMIENTOS

Las autoras de este trabajo agradecen a la Universidad Peruana Unión (Perú) filial Juliaca por el apoyo recibido para la realización de esta propuesta de investigación.

REFERENCIAS

[1] H. Gutiérrez, *Calidad total y productividad*, Tercera ed. 2010.
 [2] V. P. Díaz *et al.*, «Impacto de las tecnologías de la información y las comunicaciones en la educación y nuevos paradigmas del enfoque

educativo», *Rev. Cuba. Educ. Medica Super.*, vol. 25, n.º 1, pp. 95-102, 2011.
 [3] J. Cabero, *Enfoques en la organización y dirección de instituciones educativas formales y no formales*. Granada: Grupo Editorial Universitario, 1998.
 [4] A. Bautista y C. Alba, «¿Qué es Tecnología Educativa?: Autores y significados.», *Rev. Píxel-bit*, vol. 9, n.º 4, 1997.
 [5] D. Cavallo, «Leveraging Learning through Technological Fluency. (Master's Thesis).», 1996.
 [6] J. D. Godino y V. Font, *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas*. 2003.
 [7] P. Bolea, M. Bosch, y J. Gascón, «La transposición didáctica de organizaciones matemáticas en proceso de algebrización. El caso de la proporcionalidad.», *Rech. en Didact. des Mathématiques, Grenoble*, vol. 2, n.º 3, pp. 247-304, 2001.
 [8] D. Tangarife, «Transición Del Pensamiento Numérico Al Pensamiento Algebraico a Través De La Estrategia Didáctica-Algeblocks.», *Univ. Nac. Colomb.*, pp. 1-84, 2013.
 [9] E. Harper, «Psychological changes attending a transition from arithmetical to algebraic thought», *Proc. 5th Int. Conf. PME Grenoble, Fr.*, 1981.
 [10] L. García, *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes desecundaria al introducir geogebra en el aula*. España, 2011.
 [11] P. Sadovsky, «La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la Matemática 1», *Reflexiones teóricas para la Educ. matemática*, pp. 13-65, 2005.
 [12] M. Artigue, R. Douady, y L. Moreno, *Ingeniería Didáctica en Educación Matemáticas. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995.
 [13] G. Stanic y J. Kilpatrick, *Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 1989.
 [14] G. Polya, *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas, 1981.
 [15] C. Monereo, «La evaluación del conocimiento estratégico a través de tareas auténticas», *Pensam. Educ.*, vol. 32, n.º julio, pp. 71-89, 2003.
 [16] R. Sarmiento, «La Evaluación auténtica en el contexto universitario: Qué es. Por qué se hace necesaria. Para qué utilizarla y Cómo implementarla.», *CIMA*, vol. 3, 2013.
 [17] M. T. Padilla Carmona y J. Gil Flores, «La evaluación orientada al aprendizaje en la educación superior», *Rev. Española Pedagog.*, vol. 66, n.º 241, pp. 467-486, 2008.
 [18] R. Pea, «Cognitive Technologies for Mathematics Education.», *Cogn. Sci. Math. Educ. Lawrence Erlbaum Assoc. Publ.*, 1987.
 [19] D. J. Ullauri, «Incidencia del software educativo GeoGebra 5.0 como un recurso didáctico en el aprendizaje de ecuaciones de primer grado en matemática, en los estudiantes del primer de bachillerato general unificado, unidad educativa Villa florida, zona4, distrito 23d02», Universidad de Guayaquil, 2019.
 [20] H. Cárdenas y L. Peña, «Secciones cónicas y superficies cuadráticas variando los parámetros de la ecuación general de segundo grado con el uso de GeoGebra», *Congr. Int. Educ. en Tecnol. e Informática y XIII Encuentro Nac. Exp. Curriculares y Aula en Educ. en Tecnol. e Informática*, n.º 8, 2017.
 [21] M. de los R. Gallardo, «Acercando las ecuaciones de 2º grado a los alumnos con dificultades de aprendizaje a través de GeoGebra», en *VIII congreso iberoamericano de educación matemática*, 2017, pp. 153-157.
 [22] E. Quispe, «El GeoGebra como recurso didáctico para el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas en docentes de educación secundaria de la ciudad de Puno, 2018.», 2018.
 [23] N. Oviedo, «Enseñanza y aprendizaje de ecuación cuadrática con apoyo GeoGebra», *Psikol. Perkemb.*, n.º October 2013, pp. 1-224, 2019.
 [24] R. A. Salas, «Uso del servicio en la nube GeoGebra durante el proceso enseñanza-aprendizaje sobre las matemáticas / Use of the GeoGebra cloud service during the teaching-learning process on mathematics», *RIDE Rev. Iberoam. para la Investig. y el Desarro. Educ.*, vol. 8, n.º 16, pp. 23-52, 2018.

- [25] O. A. Bermeo, «Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016», 2017.
- [26] P. E. Gilberto y V. Vargas, «Secuencia didáctica para el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con GeoGebra», *Rev. Electron. AMIUTEM*, vol. VII, n.º 1153, pp. 88-97, 2019.
- [27] A. Ccayahuallpa, «Aplicación del GeoGebra en la resolución de problemas de sistema de ecuaciones lineales en estudiantes de quinto año de secundaria de la I.E. 6019 Mariano Melgar-2018», Universidad César Vallejo, 2019.
- [28] R. Figuerioa, F. Carrillo, y I. Inca, «Sistema de ecuaciones lineales: Resolución de problemas con el uso del software GeoGebra», 2019.
- [29] D. Atencio, «GeoGebra en la representación gráfica de los sistemas de ecuaciones lineales», en *VIII Congreso iberoamericano de educación matemática*, 2019, n.º October 2013, pp. 1-224.
- [30] J. R. Rosas, «Implementación del software de GeoGebra utilizando código QR como herramienta didáctica en el aprendizaje de fundamentos para el cálculo en estudiantes universitarios», Universidad de San Martín de Porres, 2018.
- [31] J. Bello, «Mediación del software Geogebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria.», Pontificia Universidad Católica del Perú, 2013.
- [32] E. M. Vera y C. M. Sabino, «Uso de geogebra en la enseñanza y aprendizaje de las cónicas», 2010.
- [33] C. Hernández, L. Jaimes, y R. Chaves, «Modelos de aplicación de ecuaciones diferenciales de primer orden con geogebra: actividades para resolver problemas de mezclas», *Mundo FESC*, vol. 1, n.º 11, pp. 7-15, 2016.
- [34] L. Verschaffel y E. Corte, «Number and Arithmetic», *Int. Handb. Math. Educ.*, pp. 139-160, 1996.
- [35] M. Rojas, «Tipos de Investigación científica: Una simplificación de la complicada incoherente nomenclatura y clasificación», *Rev. Electron. Vet.*, vol. 16, n.º 1, pp. 1-14, 2015.
- [36] R. Hernández, *Metodología de la Investigación*. México: McGRAW-HILL, 2015.
- [37] R. Gemmp, «El error estándar de medida y la puntuación verdadera de los tests psicológicos : Algunas recomendaciones prácticas The standard error of measurement and the true score of psychological tests », *Ter. Psicológica*, vol. 24, pp. 117-129, 2006.
- [38] F. Pere y C. Anguiano, «El análisis factorial como técnica de investigación en psicología», *Papeles del Psicol.*, vol. 31, n.º 1, pp. 18-33, 2010.
- [39] H. Carretero y C. Pérez, «Normas para el desarrollo y revisión de estudios instrumentales», *Int. J. Clin. Heal. Psychol.*, vol. 5, n.º 3, pp. 521-551, 2005.
- [40] M. Cruz y M. C. Martínez, «Perfeccionamiento de un instrumento para la selección de expertos en las investigaciones educativas», *Rev. electrónica Investig. Educ.*, vol. 14, n.º 2, pp. 167-179, 2012.
- [41] M. Hohenwarter, «GeoGebra Clásico», 2021. [En línea]. Disponible en: <https://www.geogebra.org/classic?lang=es>. [Accedido: 16-jun-2021].
- [42] R. I. Rivera, «Aplicación del software GeoGebra en el aprendizaje del álgebra en los estudiantes del primer ciclo del instituto de Educación Superior Tecnológico José Pardo», Universidad Nacional de Educación, 2018.
- [43] G. C. Vargas y M. Huallasco, «GeoGebra en el aprendizaje de la geometría en los alumnos del cuarto grado de educación secundaria de la IEP Fe y Alegría N°1 San Martín de Porres. (Tesis de grado)», Universidad César Vallejo, Lima, Perú, 2014.