

Optimizing demand forecast parameters with an evolutionary algorithm

Jaime Antero Arango, Ph. D¹, Omar Danilo Castrillon, Ph. D¹, and Jaime Alberto Giraldo, Ph. D¹

¹ Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ingeniería y Arquitectura, Departamento de Ingeniería Industrial, Campus La Nubia Bloque Q piso 2, Manizales, Colombia. jaarangom@unal.edu.co, odcastrillong@unal.edu.co, jaiagiraldog@unal.edu.co,

Abstract– It is about calculating the optimal parameters that minimize the error in a forecasting model based on exponential smoothing. The mathematical model of the restricted nonlinear optimization problem is presented. A solution is proposed by means of a genetic algorithm with mutation limited by the inverse of the Fibonacci series, which adds and subtracts random values from the best individuals until the difference between them is less than a previously established value. The result is efficiently close to that obtained with other methods with satisfactory computational times and ease of implementation. It is concluded that it is a viable alternative in real environments where it is required to process high volumes of time series, that its performance is appropriate and that in the future the same algorithm can be applied to other cases of non-linear optimization or to test other metaheuristics in the same kind of problems.

Keywords - Sales forecasting, Exponential smoothing, Nonlinear optimization, Evolutionary algorithms.

Digital Object Identifier (DOI):

<http://dx.doi.org/10.18687/LACCEI2021.1.1.81>

ISBN: 978-958-52071-8-9 ISSN: 2414-6390

Optimizando parámetros de pronósticos de demanda con un algoritmo evolutivo

Optimizing demand forecast parameters with an evolutionary algorithm

Jaime Antero Arango, Ph. D¹, Omar Danilo Castrillon, Ph. D¹, and Jaime Alberto Giraldo, Ph. D¹

¹ Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ingeniería y Arquitectura, Departamento de Ingeniería Industrial, Campus La Nubia Bloque Q piso 2, Manizales, Colombia. jaarangom@unal.edu.co, odcastrillong@unal.edu.co, jaiagiraldog@unal.edu.co,

Resumen– Se trata de calcular los parámetros óptimos que minimicen el error en un modelo de pronósticos basado en suavización exponencial. Se presenta el modelo matemático del problema de optimización no lineal restringido. Se propone una solución por medio de un algoritmo genético con mutación limitada por el inverso de la serie de Fibonacci, que suma y resta valores aleatorios a los mejores individuos hasta que la diferencia entre estos sea menor que un valor previamente establecido. El resultado se aproxima en forma eficiente al obtenido con otros métodos con tiempos computacionales satisfactorios y facilidad de implementación. Se concluye que es una alternativa viable en entornos reales donde se requiere procesar altos volúmenes de series de tiempo, que su rendimiento es apropiado y que en el futuro puede aplicarse el mismo algoritmo a otros casos de optimización no lineal o probar otras metaheurísticas en este mismo tipo de problemas.

Palabras clave– Pronósticos de demanda, Suavización exponencial, Optimización no lineal, Algoritmos evolutivos

Abstract– It is about calculating the optimal parameters that minimize the error in a forecasting model based on exponential smoothing. The mathematical model of the restricted nonlinear optimization problem is presented. A solution is proposed by means of a genetic algorithm with mutation limited by the inverse of the Fibonacci series, which adds and subtracts random values from the best individuals until the difference between them is less than a previously established value. The result is efficiently close to that obtained with other methods with satisfactory computational times and ease of implementation. It is concluded that it is a viable alternative in real environments where it is required to process high volumes of time series, that its performance is appropriate and that in the future the same algorithm can be applied to other cases of non-linear optimization or to test other metaheuristics in the same kind of problems.

Keywords - Sales forecasting, Exponential smoothing, Nonlinear optimization, Evolutionary algorithms.

I. INTRODUCCIÓN

La alta competencia entre las empresas, la aplicación de modelos como el justo a tiempo y las prácticas tendientes a reducir costos y tiempos de respuesta han apuntado a la utilización de modelos eficientes y robustos de gestión de demanda.

Una herramienta vital en esos modelos son los pronósticos, con amplia aplicación desde las proyecciones comerciales hasta la planificación de los inventarios y la producción.

Los problemas de pronósticos se abordan desde diferentes técnicas. Trabajos recientes han aplicado modelos como la regresión múltiple [1], la inferencia difusa [2] y el método Theta [3], entre otros para buscar soluciones eficientes y acertadas.

Un conjunto de técnicas de pronósticos de creciente utilización por su facilidad de uso y alto desempeño, son los basados en suavizaciones exponenciales[4], [5], en los que su mejor adecuación a cada serie de tiempo se modela por parámetros que balancean la participación de los datos más recientes frente a la del comportamiento histórico de la serie, para minimizar los indicadores de error del pronóstico.

En los modelos de suavización exponencial simple y doble se modela un solo parámetro, en el de suavización exponencial con tendencia de Holt[6] se modelan dos parámetros (uno para la base y otro para la tendencia) y en el método de suavización exponencial con tendencia y estacionalidad multiplicativo de Winters[7] se modelan tres parámetros (el de la base, el de la tendencia y el de la estacionalidad [8]

Cuando en entornos como los centros de distribución y los negocios al menudeo se tiene un alto número de ítems que requieren planear su demanda con mucha frecuencia, se hace necesario que los parámetros del pronóstico de cada serie de tiempo se puedan optimizar en forma rápida y eficiente[9].

Las metaheurísticas son métodos matemáticos eficientes, basados en principios científicos o en fenómenos naturales, de amplia utilización en la solución de problemas complejos cuyo tratamiento por otras técnicas no es factible o implica un costo computacional demasiado alto. Se han aplicado con éxito a mejorar los parámetros de los modelos de pronósticos con trabajos como el que se puede apreciar en [10]

Los algoritmos evolutivos por su adaptabilidad y eficiencia han tenido amplia aplicación a múltiples problemas. Se conocen aplicaciones recientes a problemas en áreas como redes de comunicaciones [11], cuidado ambiental[12], y partición espacial [13] entre otros.

El presente trabajo propone un algoritmo evolutivo de rápida convergencia para la optimización de los parámetros de pronósticos, que puede ser implementado con facilidad en el cálculo frecuente de pronósticos para numerosas series de tiempo.

II. MATERIAL Y MÉTODOS

Se parte de la siguiente hipótesis: Se puede lograr optimizar los parámetros de los modelos de pronósticos por suavización exponencial por una metaheurística como los algoritmos evolutivos, logrando una respuesta satisfactoria cercana al óptimo en un tiempo computacional apropiado para su uso en casos donde se requiere pronosticar un elevado número de ítems frecuentemente.

El problema de optimizar los parámetros de los pronósticos en modelos de suavización exponencial es un problema de optimización no lineal en el que las variables de decisión son los parámetros del modelo respectivo, la función objetivo es minimizar un indicador de error, y las restricciones son los rangos permisibles para los valores de los parámetros, que en este caso se limitan al intervalo (0,1).

Las fórmulas de cálculo del pronóstico en el modelo Winters son las siguientes[10]:

$$A_t = \alpha \frac{Y_t}{S_{t-L}} + (1 - \alpha) (A_{t-1} + T_{t-1}) \quad (1)$$

$$T_t = \beta (A_t - A_{t-1}) + (1 - \beta) T_{t-1} \quad (2)$$

$$S_t = \gamma \frac{Y_t}{A_t} + (1 - \gamma) S_{t-L} \quad (3)$$

$$\hat{Y}_{t+p} = (A_t + p T_t) * S_{t-L+p} \quad (4)$$

Donde:

t = periodo de tiempo

Y_t = Ventas reales del período t .

A_t = Base del pronóstico del periodo t

T_t = Pendiente de la tendencia del pronóstico al periodo t .

S_t = Factor de estacionalidad del pronóstico al período t .

α = Factor entre 0 y 1 para ponderar la base del pronóstico.

β = Factor entre 0 y 1 para ponderar la tendencia.

γ = Factor entre 0 y 1 para ponderar la estacionalidad.

p = Índice del período para el que se está pronosticando a partir del período t .

L = Número de períodos en el ciclo estacional.

\hat{Y}_{t+p} = Pronóstico para el período $t+p$.

Para optimizar los parámetros se usa como función objetivo minimizar un indicador de error como el error medio al cuadrado, la diferencia absoluta media, el porcentaje medio del error o el porcentaje del error medio absoluto.

El modelo matemático suponiendo el cálculo del error medio al cuadrado, para optimizar los parámetros sería el siguiente:

$$\min EMC = \frac{\sum_{t=2}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n} \quad (5)$$

sujeo a:

$$0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1 \quad (6)$$

Donde:

EMC = Error medio al cuadrado.

n = número de periodos en la serie de tiempo, usados para calcular los parámetros.

El algoritmo que se propone para resolver el problema es un algoritmo evolutivo que funciona de la siguiente manera:

- 1) Población inicial: Si r es el número de parámetros a optimizar y q el número de padres, se generan en forma aleatoria $q(2^r + 1)$ individuos, cada uno compuesto de r valores entre 0 y 1, uno para cada parámetro del modelo.
- 2) Se calcula la función objetivo (EMC) para cada individuo y se ordenan de menor a mayor. Se seleccionan los q mejores individuos para procrear la siguiente generación.
- 3) De cada uno de los q mejores individuos se generan 2^r descendientes, sumando o restando un número aleatorio entre 0 y el mínimo entre $\frac{1}{F_{i+2}}$ y su distancia al 0 (si se va a restar) o al 1 (si se va a sumar). Donde F_{i+2} es el $i+2$ -ésimo número de la serie de Fibonacci e i es la iteración en la que se está haciendo el cálculo. Los individuos generados se agregan a los q padres, se hace $i = i + 1$ y se genera.

El proceso sigue hasta que la diferencia entre los valores de función objetivo entre el primero y el q -ésimo individuo sea menor que un ϵ fijado con antelación

III. EJEMPLO NUMÉRICO

Sean los valores de la TABLA 1, una serie de tiempo, a pronosticar por el método de Winter (3 parámetros), con 3 padres y un $\varepsilon = 0,001\%$ o 0,00001

TABLA 1.
DATOS DE LA SERIE DE TIEMPO

PERÍODO	DATO	PERÍODO	DATO
1	77,4	29	106,1
2	88,8	30	144,4
3	92,1	31	156,1
4	79,8	32	138,2
5	77,5	33	111,8
6	89,1	34	149,8
7	92,4	35	158,5
8	80,1	36	141,8
9	74,4	37	119,1
10	185,2	38	158
11	162,4	39	170,4
12	178,1	40	151,8
13	129,1	41	127,4
14	158,4	42	178,2
15	160,6	43	189,3
16	138,7	44	169,5
17	127,2	45	151,4
18	149,8	46	187,2
19	151,7	47	199,2
20	132,9	48	181,4
21	103	49	224,9
22	136,8	50	317,7
23	141,3	51	341,4
24	123,5	52	300,7
25	107,3	53	244,9
26	136,1	54	333,4
27	138,6	55	370
28	123,7	56	326,7

Se genera la primera generación en forma aleatoria como se muestra en la TABLA 2.

TABLA 2.
PRIMERA GENERACIÓN ORDENADA SEGÚN EMC, SE RESALTAN LOS 3 MEJORES.

A	B	Γ	EMC
0,74095889	0,28934599	0,67076632	530,655256
0,7764214	0,41593677	0,97415082	622,935399
0,60371715	0,63389996	0,46247749	662,444153
0,55726798	0,47175512	0,18643757	663,043773
0,46580401	0,09057894	0,86291086	682,587098
0,75215918	0,6605121	0,80175176	767,886594
0,57887509	0,92687765	0,37485885	771,67005
0,37376019	0,55259865	0,43324076	776,726917
0,5619068	0,42069765	0,96963408	802,76666
0,68028809	0,736198	0,80602435	820,845535
0,28833888	0,005768	0,42200995	829,174798
0,70555742	0,72969756	0,85460982	832,986986
0,66820276	0,86428419	0,87441633	941,621862
0,4542375	0,15295877	0,02121036	960,04009
0,46073794	0,33579516	0,03320414	961,922196
0,15363018	0,47590564	0,29319132	965,548327
0,18634602	0,19791253	0,6425367	981,162477
0,14441359	0,80596332	0,14474929	1025,87958
0,19168676	0,03415021	0,83797723	1029,28971
0,68578143	0,95562609	0,869747	1032,3668
0,39393292	0,40150151	0,93752861	1045,51508

0,51884518	0,9406415	0,76924955	1086,46138
0,15335551	0,97665334	0,03125095	1187,38698
0,73442793	0,43949705	0,0441908	1225,50663
0,07083346	0,12100589	0,71675771	1266,59618
0,09787286	0,46534623	0,7896054	1366,02919
0,97717215	0,85537278	0,62941374	1996,64991

A los tres mejores se les suma o resta un número aleatorio entre 0 y el mínimo entre F_{t+2} y su distancia al 0 (si se va a restar) o al 1 (si se va a sumar), como se muestra en la TABLA 3. En este caso, por ser la primera iteración el número de Fibonacci es el 2 y el límite para los números aleatorios a generar es $\frac{1}{2} = 0.5$.

TABLA 3
NUEVA GENERACIÓN OBTENIDA POR MUTACIÓN CONTROLADO DE LOS 3 PADRES SUMANDO (+) O RESTANDO UN NÚMERO ALEATORIO.

NUMERO	A	B	Γ	EMC
1	0,74095889	0,28934599	0,67076632	530,655256
2	0,7764214	0,41593677	0,97415082	622,935399
3	0,60371715	0,63389996	0,46247749	662,444153
1+++	0,84864827	0,49668874	0,85706112	687,691613
1++	0,83924858	0,7220069	0,26322214	1184,74861
1+-	0,93367245	0,16320361	0,86818395	711,734509
1--	0,90541802	0,19757156	0,61107212	714,816399
1+-	0,61369671	0,44502091	0,68036189	640,251972
1--	0,60016175	0,62083804	0,60850856	706,611362
1--	0,36460463	0,18427296	0,72633022	780,195891
1---	0,46539201	0,22410693	0,60458693	635,335822
2+++	0,8691362	0,69885861	0,97907106	951,433447
2++	0,96988884	0,82348094	0,49581896	1926,77078
2++	0,87389203	0,16652957	0,99940597	527,01833
2+-	0,84733581	0,36627874	0,95522935	597,428745
2+-	0,62074648	0,43050935	0,99356117	745,054757
2+-	0,44492935	0,47819452	0,65352336	798,97748
2--	0,59485153	0,34574022	0,98016681	719,230055
2--	0,66368603	0,36088388	0,91549425	637,506093
3+++	0,8279513	0,70358489	0,78556169	862,054723
3+-	0,92672269	0,98413458	0,21610135	2129,20068
3++	0,84133932	0,14539018	0,90794092	500,111678
3+-	0,65102873	0,61497848	0,02227209	1397,4923
3--	0,58914457	0,90880738	0,61033967	873,872686
3--	0,5414594	0,86866341	0,28458308	733,658291
3--	0,51933348	0,51753288	0,53949095	683,61277
3---	0,53753777	0,57524339	0,4422943	659,003022

Al ordenar los resultados de menor a mayor según el EMC, los tres mejores serían los que aparecen en la TABLA 4.

TABLA 4.
MEJORES 3 INDIVIDUOS DE LA SEGUNDA GENERACIÓN, PADRES EN LA SEGUNDA ITERACIÓN, POR MENOR VALOR DEL EMC

A	B	Γ	EMC
0,84133932	0,14539018	0,90794092	500,111678
0,87389203	0,16652957	0,99940597	527,01833
0,74095889	0,28934599	0,67076632	530,655256

Como la diferencia entre el primero y el tercer mejor individuo según el EMC es:

$$530,655256 - 500,111678 = 30,54357837$$

En porcentaje, equivale a:

$$30,5435784/530,655256 = 5,7558\% > 0,001\%$$

Entonces no se cumple el criterio de parada y se hace necesario iterar de nuevo. La TABLA 5 resume los resultados de todas las iteraciones.

TABLA 5.
RESUMEN DE RESULTADOS DE ITERACIONES

i	Fi+2	1/Fi+2	Menor EMC	3ro - 1ro
1	2	0,5	500,111678	5,7558%
2	3	0,33333333	483,676776	3,2848%
3	5	0,2	475,628131	0,5091%
4	8	0,125	475,628131	0,4501%
5	13	0,07692308	469,530454	0,5604%
6	21	0,04761905	469,109308	0,1707%
7	34	0,02941176	468,917846	0,0408%
8	55	0,01818182	468,683825	0,0396%
9	89	0,01123596	468,681333	0,0056%
10	144	0,00694444	468,656942	0,0052%
11	233	0,00429185	468,656942	0,0004%

En la undécima iteración se obtiene una diferencia entre el primer y tercer individuo menor al criterio de parada. Allí termina la optimización.

La Figura 1 ilustra como el algoritmo va convergiendo hacia el mejor valor del EMC.

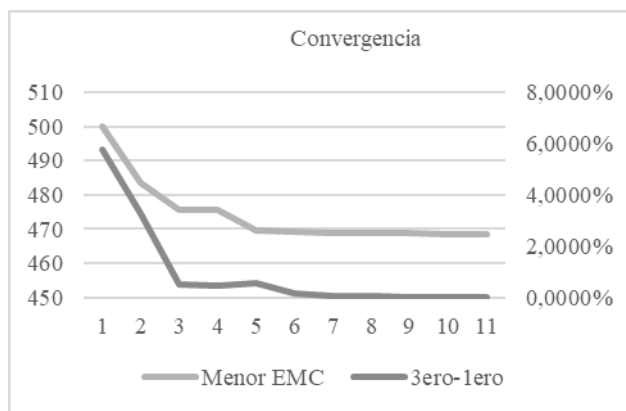


Figura 1. Convergencia del algoritmo hacia el mejor valor del EMC y cumplimiento del criterio de parada

IV. RESULTADOS

El modelo se ha probado en conjuntos de hasta 2000 series de tiempo de productos de tiendas al menudeo con un rendimiento satisfactorio, calculando los parámetros y los pronósticos para cada serie en menos de 0,1 segundos y con

un promedio de aproximadamente 10 iteraciones en cada serie. En la actualidad se está haciendo su implementación informática para ser usado en forma habitual para el cálculo de los pronósticos de empresas comerciales e industriales.

V. DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos se acercan satisfactoriamente a los que se pueden calcular con algoritmos como el GRG2 [14], implementado en el Solver de la hoja de cálculo Excel. En el caso particular del ejemplo con el que se ha ilustrado el algoritmo en este documento, los valores obtenidos se comparan en la TABLA 6.

TABLA 6
COMPARACIÓN ENTRE EL ALGORITMO PROPUESTO Y EL ALGORITMO GRG2

ALGORITMO	α	β	γ	EMC
Este trabajo	0,8050886	0,04381101	0,9668394	468,65694
GRG2	0,8047379	0,04405	0,9652196	468,65671
Diferencia	0,0003507	-0,000239	0,0016197	0,000234

La diferencia es mínima frente a un algoritmo más complejo y difícil de implementar, basado en derivadas y cuya posible utilización en el contexto de múltiples pronósticos frecuentes no es viable para la mayoría de los casos.

VI. CONCLUSIONES

Se modela un problema de optimización no lineal restringido con aplicación específica al cálculo de los parámetros de suavización de los modelos de pronósticos, en el contexto de organizaciones que requieren cálculo intensivo y frecuente de pronósticos para un número elevado de ítems, con aplicación a su gestión de compras e inventarios. Es una aplicación útil a entornos reales que requieren este tipo de soluciones.

El algoritmo propuesto hace una mutación controlada sobre los mejores individuos estableciendo en cada iteración límites cada vez más estrechos según una sucesión basada en la serie de Fibonacci. Es un criterio que muestra su efectividad en ayudar a que el algoritmo converja en forma rápida hacia valores que minimizan el error del pronóstico.

Los resultados son alentadores tanto en los valores de error obtenidos como en los tiempos computacionales que son competitivos para la aplicación que tendrá el algoritmo.

En trabajos futuros puede adaptarse la idea a otros modelos de optimización no lineal, así como aplicar otras

metaheurísticas a la optimización de estos parámetros buscando un mejor desempeño tanto en resultados como en tiempo de cálculo.

RECONOCIMIENTOS

Los autores manifiestan su reconocimiento a la Universidad Nacional de Colombia por su apoyo a la presente investigación.

REFERENCIAS

- [1] L. Ferbar Tratar and E. Strmčnik, "The comparison of Holt-Winters method and Multiple regression method: A case study," *Energy*, vol. 109, pp. 266–276, Aug. 2016, doi: 10.1016/j.energy.2016.04.115.
- [2] A. Hassanniakalager, G. Sermpinis, C. Stasinakis, and T. Verousis, "A conditional fuzzy inference approach in forecasting," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 283, no. 1, pp. 196–216, May 2020, doi: 10.1016/j.ejor.2019.11.006.
- [3] E. Spiliotis, V. Assimakopoulos, and S. Makridakis, "Generalizing the Theta method for automatic forecasting," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 284, no. 2, pp. 550–558, Jul. 2020, doi: 10.1016/j.ejor.2020.01.007.
- [4] J. F. Rendon-Sanchez and L. M. de Menezes, "Structural combination of seasonal exponential smoothing forecasts applied to load forecasting," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 275, no. 3, pp. 916–924, Jun. 2019, doi: 10.1016/j.ejor.2018.12.013.
- [5] R. D. Snyder, A. B. Koehler, and J. K. Ord, "Forecasting for inventory control with exponential smoothing," *Int. J. Forecast.*, vol. 18, no. 1, pp. 5–18, 2002.
- [6] C. C. Holt, "Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages," *Int. J. Forecast.*, vol. 20, no. 1, pp. 5–10, Jan. 2004, doi: 10.1016/j.ijforecast.2003.09.015.
- [7] P. R. Winters, "Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages," *Manage. Sci.*, vol. 6, no. 3, pp. 324–342, Apr. 1960, doi: 10.1287/mnsc.6.3.324.
- [8] J. E. Hanke and D. W. Wichern, *Pronósticos en los negocios*. Pearson Educación, 2006.
- [9] T. Huang, R. Fildes, and D. Soopramanien, "Forecasting retailer product sales in the presence of structural change," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 279, no. 2, pp. 459–470, Dec. 2019, doi: 10.1016/j.ejor.2019.06.011.
- [10] W. Jiang, X. Wu, Y. Gong, W. Yu, and X. Zhong, "Holt–Winters smoothing enhanced by fruit fly optimization algorithm to forecast monthly electricity consumption," *Energy*, vol. 193, p. 116779, Feb. 2020, doi: 10.1016/j.energy.2019.116779.
- [11] J. F. Camacho-Vallejo and C. Garcia-Reyes, "Co-evolutionary algorithms to solve hierarchized Steiner tree problems in telecommunication networks," *Appl. Soft Comput. J.*, vol. 84, p. 105718, Nov. 2019, doi: 10.1016/j.asoc.2019.105718.
- [12] J. Sun, J. Deng, and Y. Li, "Indicator & crowding distance-based evolutionary algorithm for combined heat and power economic emission dispatch," *Appl. Soft Comput. J.*, vol. 90, p. 106158, May 2020, doi: 10.1016/j.asoc.2020.106158.
- [13] Y. Y. Liu and W. K. T. Cho, "A spatially explicit evolutionary algorithm for the spatial partitioning problem," *Appl. Soft Comput. J.*, vol. 90, p. 106129, May 2020, doi: 10.1016/j.asoc.2020.106129.
- [14] L. S. Lasdon, A. D. Waren, A. Jain, and M. Ratner, "Design and testing of a generalized reduced gradient code for nonlinear programming," STANFORD UNIV CA SYSTEMS OPTIMIZATION LAB, 1976.